

# Zastosowanie algorytmów genetycznych w prognozowaniu popytu

Grzegorz Chodak  
Instytut Organizacji i Zarządzania  
Politechnika Wrocławska  
e-mail: chodak@ines.ins.pwr.wroc.pl

Witold Kwaśnicki  
Instytut Nauk Ekonomicznych  
Uniwersytet Wrocławski  
e-mail: kwasnicki@ci.pwr.wroc.pl  
<http://www.prawo.uni.wroc.pl/~kwasnicki>

Prognozowanie popytu stanowi jeden z istotnych czynników w procesie podejmowania decyzji taktyczno-operacyjnych jak również strategicznych w przedsiębiorstwie. Zarządzanie przepływem materiałowym w przedsiębiorstwie zgodnie ze strategią *just-in-time*, nie byłoby możliwe bez dokładnego określenia wielkości sprzedaży. Zarówno dla metod ilościowych, jak i dla jakościowych, istnieją możliwości wykorzystania komputerów i zaawansowanych programów umożliwiających zautomatyzowanie obliczeń oraz przedstawienie danych w postaci graficznej. Kolejnym etapem w rozwoju metod prognozowania będzie prawdopodobnie wykorzystanie elementów sztucznej inteligencji (takich jak programowanie ewolucyjne czy sieci neuronowe), co powinno poprawić dokładność określania wielkości sprzedaży. W artykule zaproponowano metodę prognozowania wielkości sprzedaży, w przypadku występowania sezonowości popytu. Do identyfikacji parametrów funkcji popytu zastosowano algorytmy genetyczne.

## 1. Ogólna charakterystyka algorytmów genetycznych

W ostatnich kilkudziesięciu latach „człowiek-inżynier” zaczął się uważniej przyglądać naturze i z pokorą od niej się uczyć. Wynikiem tych obserwacji było stworzenie m.in. takich procedur, naśladujących naturę jak algorytmy ewolucyjne czy sieci neuronowe. Zanim naturze (ukierunkowanej przez swojego Stwórcę) udało się stworzyć mózg ludzki, minęły cztery miliardy lat (taki wiek Ziemi jest obecnie uważany za najbardziej prawdopodobny). W tym czasie, dzięki doborowi naturalnemu, organizmy ewoluowały w kierunku coraz lepszego przystosowania się do środowiska, w którym żyją. Ten sposób doskonalenia został zaadaptowany do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych i nazwano go algorytmami ewolucyjnymi.

Wśród algorytmów ewolucyjnych wyróżnia się trzy główne klasy (de Jong, 1998 za Kwaśnicka, 1999): algorytmy genetyczne (*GAs – Genetic Algorithms*), strategie ewolucyjne (*ESs – Evolutionary Strategies*) i programowanie ewolucyjne (*EP – Evolutionary Programming*). Coraz popularniejsze programowanie genetyczne (*GP – Genetic Programming*) zwykle bywa uważane za podgrupę algorytmów genetycznych. Szybki wzrost zainteresowania algorytmami genetycznymi obserwuje się od czasu opublikowania pracy J.Hollanda (1975). Wyróżnia się trzy zasadnicze grupy zastosowań AG: algorytmy przeszukujące (*Search*), optymalizujące (*Optimization*) i uczące (*Learning*) (Kwaśnicka, 1999). Wymienione grupy nie są jednak rozłączne i granica między nimi jest płynna.

Algorytmy genetyczne (AG) są procedurami opartymi na podstawowych mechanizmach ewolucji biologicznej: doborze naturalnym i dziedziczenia. Algorytm działa w dyskretnym czasie. W każdej jednostce czasu  $t$ , w pewnym środowisku  $Q$  istnieje populacja osobników tego samego gatunku  $P(t)$ , które konkurują ze sobą oraz mogą się dowolnie krzyżować w obrębie całej populacji. Podstawową ideą AG jest wykorzystanie ewolucyjnej zasady przeżycia osobników najlepiej przystosowanych. Oznacza to, że osobniki „lepsze” mają większe szanse przeżycia i wydania liczego potomstwa. Osobniki „gorsze” mogą przeżyć i wydać potomstwo, ale prawdopodobieństwo tego jest znacznie mniejsze. Zatem w populacji zachodzi proces reprodukcji, tzn. osobniki wydają potomstwo.

Po fazie reprodukcji (lub w jej trakcie) następuje krzyżowanie, będące odpowiednikiem naturalnej wymiany materiału genetycznego, w której potomek dziedziczy część materiału genetycznego od jednego, pozostałą część od drugiego rodzica. Drugim procesem, który może zachodzić równolegle do krzyżowania, jest mutacja, czyli losowa zmiana genu. Krzyżowanie i mutacja zwane są operatorami genetycznymi.

Ewolucja populacji jest procesem przeszukiwania przestrzeni potencjalnych rozwiązań. W procesach takich istotne jest zachowanie równowagi pomiędzy przekazywaniem najlepszych cech do następnego pokolenia, a szerokim przeszukiwaniem przestrzeni rozwiązań. Algorytm genetyczny umożliwia zachowanie takiej równowagi (Kwaśnicka, 1999).

W ogólnym schemacie wykorzystania algorytmów genetycznych przy rozwiązywaniu rzeczywistych problemów można wyróżnić dwie fazy:

- wstępną, polegającą na sprecyzowaniu problemu i dostosowaniu go do terminologii używanej w AG oraz utworzeniu początkowej populacji;

- poszukiwania rozwiązań, składającą się z oceny osobników, procesu reprodukcji oraz zastosowania operatorów genetycznych. Faza poszukiwania rozwiązań zostaje zakończona w momencie gdy zostało znalezione satysfakcjonujące rozwiązanie lub nastąpił warunek końca algorytmu (np. przekroczona została założona liczba pokoleń).

Zastosowanie AG do identyfikacji parametrów funkcji popytu nie wprowadza ograniczeń na postać tej funkcji, jak i liczby parametrów. Wadą algorytmów genetycznych (jak i każdej iteracyjnej metody szukania ekstremum) jest brak gwarancji, że osiągnie się optimum globalne i nie zakończy się poszukiwania rozwiązania w optimum lokalnym (dokładność otrzymanych wyników, a więc np. postać funkcji popytu, może okazać się niezgodna z funkcją jaka mogłaby w najlepszy sposób przybliżyć oczekiwaną sprzedaż). Istnieje jednak możliwość dostosowania parametrów AG do potrzeb konkretnego zadania, jak również przetestowania, czy algorytm identyfikuje wartości parametru w sposób odpowiedni np. nie przekraczający założonego błędu, na danych testowych, przy znanej postaci funkcji. Więcej informacji na temat algorytmów genetycznych można znaleźć w licznych publikacjach, np. (Kwaśnicka 1999, Goldberg 1998, Rutkowska 1997).

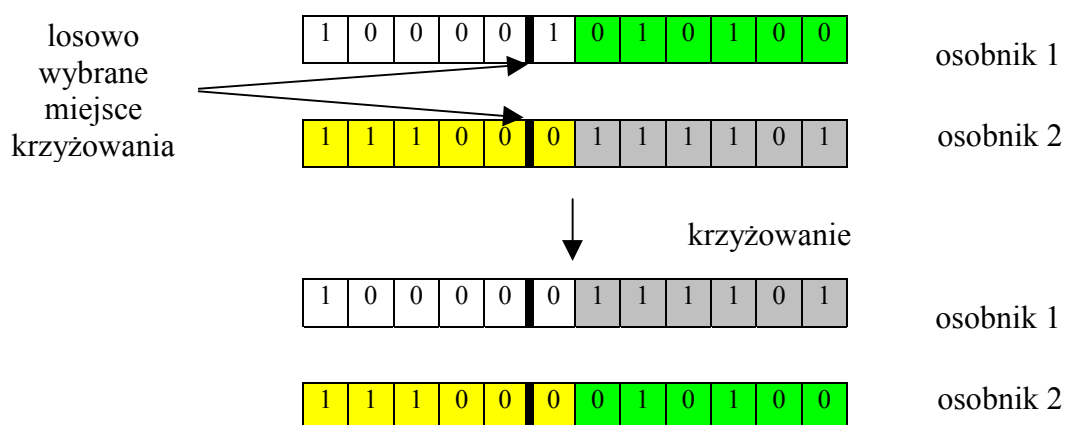
## **2. Charakterystyka algorytmów genetycznych używanych w eksperymentach**

Osobniki opisane są przez ciągi binarne zerojedynkowe oraz elementy charakterystyczne dla AG, takie jak metoda selekcji, funkcja przystosowania i operatory genetyczne. Każdy osobnik składa się z jednego chromosomu. Poszczególne cechy osobnika (parametry funkcji lub zmienne decyzyjne) kodowane są na kilku do kilkunastu bitach. Poszczególne bit nazwany jest genem. Przy takiej interpretacji można mówić o efekcie poligeniczności – kilka genów reprezentuje jedną cechę.

Geny pierwszego pokolenia wybierane są w drodze losowania, po czym następuje ocena osobników z wykorzystaniem funkcji przystosowania. Każdemu osobnikowi przydzielana jest jego wartość, będąca wyliczoną przez funkcję przystosowania liczbą. W następnym kroku osobniki są reprodukowane do następnego pokolenia (liczba osobników w pokoleniu jest stała). Reprodukacja następuje zgodnie z zasadą ruletki. Każdemu osobnikowi z populacji odpowiada sektor koła o rozmiarze proporcjonalnym do wartości funkcji przystosowania. Następnie losujemy fragment koła (liczbę na ruletce), tyle razy, ile jest osobników w populacji. Osobniki, którym przyporządkowany jest większy wycinek koła, mają podwyższone szanse na przejście do następnego pokolenia (Goldberg, 1998). Dla każdego wylosowanego osobnika stworzymy dokładną replikę, która stanowi potomka wchodzącego do

następnego pokolenia. Można zauważyć, że dla osobników o dużej wartości funkcji przystosowania, istnieje znacznie większe prawdopodobieństwo, że będą mieć kilku identycznych potomków niż w przypadku osobników o małej wartości funkcji przystosowania.

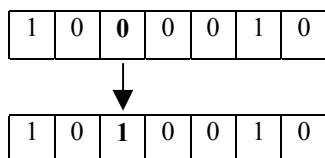
Kolejnym krokiem algorytmu genetycznego jest zastosowanie operatorów genetycznych: krzyżowania i mutacji. Krzyżowanie realizowane w pracy jest jednopunktowe i polega na wymianie fragmentu genotypu pomiędzy dwoma osobnikami (Rysunek 1.). Przy założonym prawdopodobieństwie krzyżowania losujemy czy dany osobnik będzie podlegał krzyżowaniu, a następnie, jeżeli został wybrany, losujemy osobnika z populacji, z którym ma zostać skrzyżowany.



**Rysunek 1. Schemat krzyżowania jednopunktowego**

Mutacja polega na zamianie wartości pojedynczego genu na przeciwny (Rysunek 2.). Przeprowadzono eksperymenty symulacyjne dwoma metodami realizacji mutacji: dwustopniowo i jednostopniowo. Mutacja dwustopniowa – najpierw losujemy, czy dany osobnik będzie mutowany, następnie losujemy dla każdego genu, czy ma on być zmutowany. Prawdopodobieństwo mutacji poszczególnego genu jest więc iloczynem prawdopodobieństwa mutacji osobnika oraz prawdopodobieństwem mutacji genu. Przeprowadzone doświadczenia wykazały, że lepsze efekty daje mutacja jednostopniowa. Polega ona na tym, że dla każdego genu przeprowadzane jest losowanie, czy ma on być mutowany, czy też nie – brane pod uwagę jest więc tylko jedno prawdopodobieństwo mutacji genu. Zastosowanie mutacji jednostopniowej powodowało, że większa liczba osobników podlegała mutacji i rozkład mutacji na poszczególnych osobników był więc bardziej równomierny niż w przypadku mutacji dwustopniowej, gdzie mutacji podlegała mniejsza liczba osobników, natomiast

mutacje te były bardziej skoncentrowane (jeden osobnik był mutowany kilka razy). Duża liczba przeprowadzonych doświadczeń wykazała, że dobrze dobrana wartość prawdopodobieństwa mutacji znacznie poprawia efektywność algorytmu. Przy zbyt małym prawdopodobieństwie mutacji, następuje szybka zbieżność algorytmu do jednego osobnika (maksimum lokalnego), natomiast zbyt duża wartość prawdopodobieństwa mutacji, znacznie przedłuża czas potrzebny na znalezienie wystarczająco dobrego rozwiązania.



**Rysunek 2. Mutacja jednego genu osobnika**

W przypadku gdy występują trudności ze znalezieniem maksimum globalnego ze względu na zbieżność osobników do maksimum lokalnych istnieje możliwość zastosowanie makromutacji.

### **3. Zastosowanie algorytmów genetycznych w prognozowaniu okresowego popytu**

#### **3.1. Postać funkcji popytu**

Propozycja funkcji popytu powinna wynikać ze znajomości wewnętrznego i zewnętrznego środowiska przedsiębiorstwa. Nie istnieje możliwość zbudowania ogólnej funkcji, pasującej do przedsiębiorstw działających w różnych branżach lub innych warunkach ekonomicznych. Dla jednego przedsiębiorstwa wielkość sprzedaży będzie uzależniona tylko od jednego czynnika, dla innego, mogą być to setki czynników wzajemnie powiązanych, trudnych do jednoznacznego określenia. Dokładność prognozy sprzedaży będzie więc zależała od określenia czynników wpływających na popyt oraz w jakim stopniu wpływają one na popyt. Często sprowadza się to do określenia klasy funkcji, np. czy ma być to funkcja liniowa, o postaci wielomianowej, eksponencjalna, logarytmiczna.

Wydaje się, że podstawowym czynnikiem wpływającym na wielkość sprzedaży, jest cena. Jako pierwsze przybliżenie można przyjąć, że funkcja sprzedaży ma postać:

$$D = \frac{A(t)}{P^e}$$

gdzie:

$D$  – wielkość sprzedaży;

$P$  – cena;

$t$  – czas;

$e$  – współczynnik elastyczności cenowej popytu;

$A(t)$  jest funkcją czasu, więc w przypadku istnienia sezonowości  $A(t)$  jest funkcją okresową, zatem funkcja popytu, po uwzględnieniu okresowości sprzedaży i trendu liniowego ma postać:

$$D = \frac{C + B \cdot t + A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)}{P^e}$$

gdzie:

$D$  – przewidywana sprzedaż;

$A$  – amplituda;

$t$  – czas;

$\omega$  - częstość;

$\varphi$  - przesunięcie fazowe;

$C$  – przesunięcie wzdłuż osi odciętych;

$B$  – współczynnik kierunkowy trendu liniowego;

$e$  – współczynnik elastyczności cenowej.

W przypadku uwzględnienia podwójnej sezonowości można zmodyfikować funkcję do następującej postaci (Chodak, Kwaśnicki 2000):

$$D = \frac{C + B \cdot t + A_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) + A_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t + \varphi_2)}{P^e}$$

$D, t, B, P, e$  – jak dla pojedynczej sezonowości;

$A_1, A_2$  – amplitudy dla poszczególnych sezonowości;

$\omega_1, \omega_2$  – częstości dla poszczególnych sezonowości;

$\varphi_1, \varphi_2$  – przesunięcia fazowe dla poszczególnych sezonowości.

Przedstawiona funkcja popytu wymaga określenia wartości (identyfikacji) 9 parametrów. Jest to stosunkowo duża liczba parametrów. Określenie ich wartości w sposób analityczny jest trudne lub (jak się wydaje) niemożliwe.

Po założeniu postaci funkcji, należy przeprowadzić identyfikację parametrów funkcji przy wykorzystaniu danych z przeszłości. W przypadku prostych funkcji istnieją metody

analizy identyfikacji wartości parametrów. Gdy rozpatrujemy bardziej złożoną funkcję nie istnieje możliwość analitycznego wyznaczenia wartości parametrów bądź też algorytm jest bardzo złożony i wymaga zastosowania skomplikowanego aparatu matematycznego. Jedną z alternatywnych i efektywnych metod identyfikacji wartości parametrów jest w tej sytuacji wykorzystanie algorytmu genetycznego.

### 3.2. Wykorzystanie algorytmu genetycznego do identyfikacji wartości parametrów funkcji popytu

W pierwszej kolejności należy określić postać funkcji przystosowania ( $F$ ). W naszym przypadku powinna to być miara odległości wyników „modelowych” i danych rzeczywistych, może to być tzw. „błąd średniokwadratowy”:

$$F = \sum_t (D_t - \frac{C + B \cdot t + A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)}{P_t^e})^2$$

lub liniowa miara odległości, czyli:

$$F = \sum_t | (D_t - (\frac{C + B \cdot t + A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)}{P_t^e})) |$$

gdzie:

$t$  – czas (odpowiadający danym rzeczywistym);

$D_t$  – rzeczywista wielkość sprzedaży w chwili  $t$ ;

$A, B, C, \omega, \varphi, e$  – parametry, których wartości należy określić (zidentyfikować).

W pracy wykorzystano obydwie postacie funkcji przystosowania.

Struktura poszczególnych osobników algorytmu genetycznego ma następującą postać: każdy osobnik składa się z 1 chromosomu podzielonego na segmenty, z których każdy reprezentuje jeden identyfikowany parametr. Chromosom składa się z 60 bitów, podzielonych na 6 segmentów, kodujących wartości amplitudy, częstotliwości, współczynniki elastyczności, przesunięcia poziomego (fazowego) i pionowego oraz współczynnika kierunkowego linii trendu. Na każdą cechę przeznaczono 10 bitów (dla niektórych doświadczeń zwiększono ilość bitów na 20 dla każdej cechy). Ponieważ zastosowano kodowanie binarne, więc każdy gen zakodowany jest na 1 bicie. Przykładowy osobnik wygląda następująco:

$A$	$B$	$C$	$\omega$	$\varphi$	$e$
100011010101	011111011000	1001110111	10001110110000	011101010	1100011011

Wielkość chromosomu jest kompromisem pomiędzy dokładnością reprezentacji parametrów a szybkością obliczeń i ograniczona jest przez zdolności obliczeniowe komputera, na którym przeprowadzone są obliczenia.

W algorytmie zastosowano dwa operatory genetyczne:

- mutacja – zmiana pojedynczego bitu (genu) na przeciwny;
- krzyżowanie – jednopunktowe, polegające na zamianie ciągu bitów dwóch osobników.

Kolejnym istotnym mechanizmem AG jest selekcja, która polega na wybraniu na podstawie obliczonych wartości funkcji przystosowania tych osobników, które będą brały udział w tworzeniu potomków do następnego pokolenia. Wybór ten odbywa się zgodnie z zasadą naturalnej selekcji, tzn. największą szansę na udział w następnym pokoleniu, mają osobniki o największej funkcji przystosowania. W analizowanych eksperymentach wykorzystano zmodyfikowaną metodę ruletki. Każdemu chromosomowi można przydzielić wycinek koła ruletki o wielkości proporcjonalnej do wartości funkcji przystosowania danego chromosomu. Całe koło ruletki odpowiada sumie wartości funkcji przystosowania wszystkich chromosomów rozważanej populacji. Zatem im większa jest wartość przystosowania, tym większy wycinek na kole ruletki zostanie przyporządkowany chromosomowi (Rutkowska i inni, 1997). Dodatkowo przyjęto opcjonalną możliwość, że osobnik o najlepszej funkcji przystosowania zostaje wybrany do następnego pokolenia poza losowaniem (zasada „zachowaj najlepszego”).

Dla efektywnego wykorzystania AG konieczne jest dobre określenie zakresu wartości parametrów (dziedziny poszukiwań). Można w tym celu wykorzystać wiedzę heurystyczną na temat badanego zjawiska. Poniżej przedstawiono krótkie omówienie możliwych do zastosowania sposobów określenia dziedzin parametrów.

Zakres przesunięcia ( $\varphi$ ) wynosi  $(-\pi, \pi)$ . Jednak możliwe jest tu zastosowanie dodatkowego ograniczenia, np. jeżeli dane dotyczące sprzedaży dla początkowych okresów rosną (szukana funkcja jest rosnąca) można przyjąć, że przesunięcie będzie z zakresu  $(-0.5\pi, 0.5\pi)$ . Takie ograniczenie dwukrotnie zmniejsza zakres przeszukiwania. Elastyczność cenowa ( $e$ ) zależy od specyfiki konkretnego towaru i jej zakres powinien zostać określony przez analityka (np. można przyjąć zakres 0-2). Górne ograniczenie wartości amplitud, współczynnika kierunkowego trendu oraz przesunięcia wzdłuż osi odciętych wydaje się być trudne do określenia. Istnieje więc możliwość iteracyjnego ograniczania ich wartości. Jeśli



któraś, z uzyskanych w eksperymencie optymalizacyjnym, wartości parametrów funkcji popytu zbliża się do granicy jej dziedziny (wyznaczonej metodami wyżej opisanymi) to w następnym eksperymencie należy przesunąć zakres tak, aby wyznaczona wcześniej wartość znajdowała się w jego środku. Taka modyfikacja zakresu wartości parametru funkcji popytu pozwala na uzyskanie większej dokładności otrzymanych wyników.

Poprawne określenie zakresu zmienności wartości parametrów umożliwia uzyskanie dokładniejszych wartości identyfikowanych parametrów (mniejsze ziarno reprezentacji parametrów). Jest to szczególnie istotne w przypadku, gdy obliczenia przeprowadzane są na komputerze o małej mocy obliczeniowej (Chodak, Kwaśnicki 2000).

Zatrzymanie algorytmu powinno nastąpić w przypadku, gdy osiągnięta zostanie założona ilość pokoleń. Drugim warunkiem zatrzymania algorytmu może być osiągnięcie przez funkcję przystosowania wymaganej wartości - mniejszej od zakładanego błędu. Istnieje możliwość obliczenia, o ile różni się sprzedaż rzeczywista od sprzedaży wyliczonej na podstawie zidentyfikowanych parametrów funkcji popytu. Na tej podstawie można policzyć błąd identyfikacji, który jest wartością funkcji przystosowania. Aby podać warunek zakończenia algorytmu można założyć, że funkcja przystosowania osiągnie np. wartość mniejszą od 5% średniej sprzedaży z badanych okresów.

#### 4. Eksperymenty symulacyjne

Pierwszy eksperyment symulacyjny przeprowadzono na danych rzeczywistych, pochodzących ze średniej wielkości dynamicznie rozwijającej się piekarni „Interpiek” Analizowanym towarem były bułki wrocławskie.

Na podstawie wielu przeprowadzonych eksperymentów testowych przyjęto następujące wartości parametrów AG:

*liczebność\_populacji = 60*

*prawdopodobieństwo\_krzyżowania = 0,2*

*prawdopodobieństwo\_mutacji\_genu = 0,05*

*wielkości\_poszczególnych\_cech=10*

*ilość\_generacji = 500*

Dla danych w tabelach oraz parametrów zidentyfikowanych funkcji popytu przyjęto zaokrąglenia ze względu na czytelność wyników. Program realizujący eksperymenty liczy z

dokładnością do 30 miejsc po przecinku, stąd mogą wystąpić minimalne niezgodności w przypadku powtarzania eksperymentów korzystając z zaokrąglonych danych.

Tabela 1 przedstawia wielkość sprzedaży oraz cenę bułek wrocławskich w poszczególnych miesiącach (od marca 98r. do kwietnia 99r.). Cena stanowi średnią ważoną z cen sprzedaży w danym miesiącu. Z przedstawionych danych można wysnuć wniosek, o niewielkich wahaniami sprzedaży oraz ceny w okresie 12 miesięcy, co świadczy o stabilnym rynku. Można również zaobserwować pewną sezonowość sprzedaży.

**Tabela 1. Sprzedaż bułek wrocławskich oraz ich hurtowa cena**

Miesiąc	Sprzedaż [tys.]	Cena [zł]
0	44,32	0,26677
1	46,59	0,26630
2	50,11	0,26318
3	49,47	0,26288
4	42,73	0,26280
5	45,32	0,26235
6	47,85	0,26225
7	48,04	0,26246
8	41,76	0,26253
9	42,35	0,26259
10	44,71	0,26267
11	46,57	0,26291

Dla danych z Tabeli 1. przeprowadzono eksperyment mający na celu identyfikację parametrów funkcji sprzedaży, przy założeniu, że jej postać dana równaniem opisanym w uwzględniającym pojedynczą okresowość. Otrzymane wyniki najlepszych dziesięciu osobników oraz ich wartości funkcji przystosowania przedstawia Tabela 2. Można zaobserwować, że dla różnych wartości parametrów amplitudy oraz współczynnika elastyczności, uzyskaliśmy zbliżone wartości funkcji przystosowania, jednak fakt ten można wytłumaczyć postacią funkcji popytu (amplituda występuje w liczniku, natomiast współczynnik elastyczności w mianowniku).

**Tabela 2. Wyniki eksperymentu symulacyjnego**

Amplituda A	Częstość $\omega$	Elastyczność e	Przesunięcie poziome $\varphi$	Przesunięcie pionowe C	Współczynnik kierunkowy B	Funkcja przystosowania
<b>1,22361</b>	<b>1,49169</b>	<b>0,76637</b>	<b>4,65005</b>	<b>47,46334</b>	<b>-0,28935</b>	<b>5,86275</b>
3,40013	1,48192	0,02444	4,62659	47,46334	-0,25904	5,88233
2,52664	1,49853	0,21603	4,71261	47,39003	-0,33138	5,92691
2,74682	1,47898	0,16911	4,71652	47,27273	-0,26784	6,01847

2,38948	1,50147	0,25806	4,69306	47,40469	-0,31769	6,02310
2,06462	1,46725	0,35484	4,68133	47,44868	-0,29521	6,04227
3,46149	1,49951	0,03910	4,62268	47,36070	-0,31085	6,04354
1,98882	1,49658	0,43891	4,61486	47,37537	-0,32551	6,04656
1,98882	1,49658	0,44282	4,61486	47,37537	-0,32160	6,05567
1,95995	1,49658	0,37634	4,70870	47,37537	-0,33333	6,06452

### Obliczenie błędu

Po podstawieniu wyliczonych wartości parametrów dla najlepszego znalezionej osobnika (patrz pierwszy rząd w Tabeli 2.) do równania krzywej popytu otrzymano wyniki przedstawione w Tabeli 3.

Sumaryczny błąd został wyliczony według następującego wzoru:

$$M = \sum_t |Dr_t - Dp_t|$$

$M$  – błąd;

$Dr_t$  – popyt rzeczywisty;

$Dp_t$  – popyt wyliczony z wykorzystaniem zidentyfikowanych wartości parametrów;

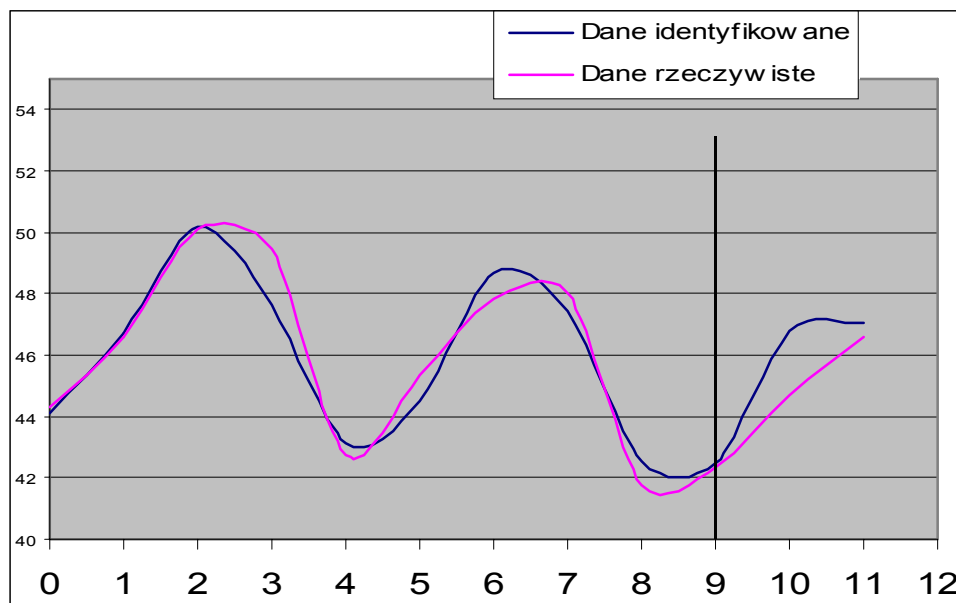
$t$  – czas.

Wyliczony błąd wynosi 5863 sztuki. Średni błąd (błąd sumaryczny podzielony przez liczbę okresów, w których dokonywane były pomiary) wynosi 586 sztuk, co stanowi 1,28% średniej sprzedaży wynoszącej 45853.

**Tabela 3. Porównanie rzeczywistych wartości sprzedaży z wyliczonymi na podstawie zidentyfikowanych parametrów**

Miesiąc	Sprzedaż rzeczywista [tys.]	Błąd identyfikacji [tys.]	Sprzedaż identyfikowana [tys.]
0	44,320	0,219	44,101
1	46,590	0,108	46,698
2	50,110	0,096	50,206
3	49,470	1,869	47,601
4	42,725	0,415	43,140
5	45,318	0,810	44,508
6	47,845	0,815	48,660
7	48,041	0,632	47,409
8	41,755	0,775	42,530
9	42,351	0,124	42,475
		<b>Σ=5,863</b>	

Można zaobserwować (Rysunek 3.), że otrzymane dane niemalże pokrywają się z rzeczywistą sprzedażą.



Rysunek 3. Sprzedaż rzeczywista bułek oraz zidentyfikowana przy pomocy AG

Tabela 4. Prognoza sprzedaży na następne miesiące

Miesiąc	Sprzedaż rzeczywista [tys.]	Cena	Prognoza sprzedaży [tys.]	Błąd [tys.]
10	44,710	0,26259	46,811	2,101
11	46,572	0,26259	47,019	0,447

Zgodnie z danymi z Tabeli 4. można wyliczyć sumaryczny błąd prognozy sprzedaży na dwa następne miesiące wynoszący 2548 sztuk co stanowi około 2,8% rzeczywistej sprzedaży.

W dalszej części artykułu przedstawiono wyniki kolejnych doświadczeń przeprowadzonych na danych rzeczywistych, w wyniku których nastąpiła identyfikacja parametrów funkcji popytu. Identyfikowana postać funkcji popytu zakłada podwójną okresowość, trend liniowy oraz zależność popytu od ceny sprzedaży. Ze względu na prośbę zarządu hurtowni AGD nazwy towaru zastąpiono numerami.

Eksperyment przeprowadzony został na danych sprzedaży Towaru1, którego sprzedaż charakteryzuje się okresowością oraz rosnącym trendem liniowym (Tabela 5.). Jak można zaobserwować na Rysunku 4. krzywa popytu została zidentyfikowana bardzo dokładnie – niemal pokrywa się z krzywą sprzedaży rzeczywistej. Podobnie błąd prognozy przedstawiony

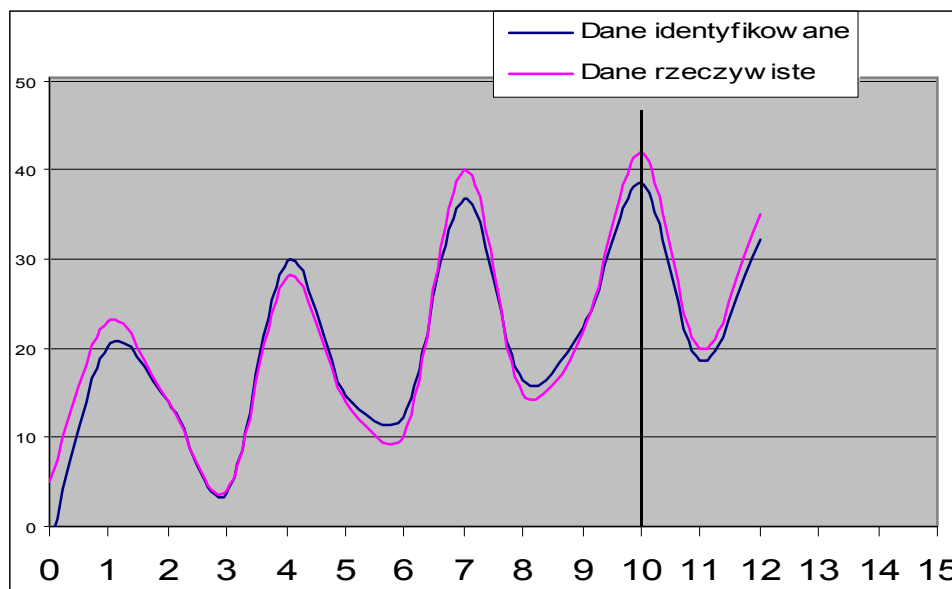
w Tabeli 6. można uznać za nieduży w stosunku do wielkości sprzedaży. Ten eksperyment pokazuje, że dla regularnych danych sprzedaży, AG jest w stanie bardzo dokładnie zidentyfikować parametry funkcji popytu.

**Tabela 5. Sprzedaż rzeczywista oraz identyfikacja sprzedaży Towaru1**

Miesiące	Sprzedaż rzeczywista	Cena	Sprzedaż identyfikowana	Błąd identyfikacji
0	5,000	1107,00000	0,000	5,000
1	23,000	1062,39130	20,251	2,749
2	14,000	1074,42857	13,956	0,044
3	4,000	1107,00000	3,796	0,204
4	28,000	1043,19286	29,735	1,735
5	14,000	1058,50000	14,790	0,790
6	10,000	1107,00000	12,283	2,283
7	40,000	1030,20000	36,904	3,096
8	15,000	1013,13333	16,526	1,526
9	22,000	1107,00000	22,418	0,418
10	42,000	1103,86786	38,609	3,391
				$\Sigma=21,236$

Zidentyfikowana krzywa popytu dla Towaru1 wygląda następująco:

$$\hat{y}_t = \frac{2817 + 573,37t + 2905 \cdot \sin(2,17t + 5,24) + 1215 \cdot \sin(2,36t + 4,04)}{P^{0,82}}$$



**Rysunek 4. Sprzedaż rzeczywista Towaru1 oraz identyfikowana przy pomocy AG**

**Tabela 6. Prognoza sprzedaży Towaru1 na następne miesiące**

Miesiąc	Sprzedaż rzeczywista	Cena	Prognoza sprzedaży	Błąd prognozy
11	20,000	1107,00000	18,591	1,409
12	35,000	1110,22857	32,285	2,715

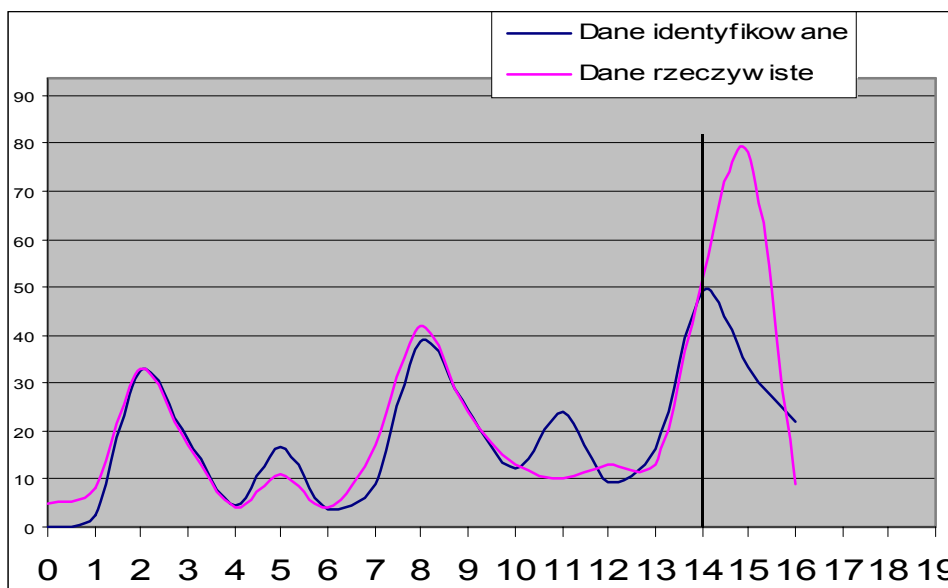
Oczywiście nie wszystkie przeprowadzone eksperymenty zakończyły się sukcesem. Kolejny przykład przedstawia sytuację, w której prognoza popytu nie sprawdziła się, mimo iż, przeprowadzoną identyfikację funkcji popytu dla Towaru2 (Tabela 7) można uznać za poprawną. Jak widać na Rysunku 5. aż do 14 miesiąca krzywa sprzedaży rzeczywistej niemal pokrywa się z krzywą identyfikacji. Jednak w miesiącu 15 nastąpił gwałtowny wzrost sprzedaży, trudny do przewidzenia, ponieważ znacznie przekraczający wcześniejsze aprecjacje popytu. Dlatego też prognoza sprzedaży mimo wcześniejszej, wydawałoby się prawidłowej identyfikacji funkcji popytu, nie sprawdziła się (Tabela 8.). W przypadku rzeczywistych analiz menedżer powinien mieć świadomość, że nawet w przypadku, gdy krzywa popytu została zidentyfikowana bardzo dokładnie (błąd identyfikacji jest bliski zeru), nie można bezkrytycznie stosować proponowanej metody prognozowania sprzedaży.

**Tabela 7. Sprzedaż rzeczywista oraz identyfikacja sprzedaży Towaru4**

Miesiące	Sprzedaż rzeczywista	Cena	Sprzedaż identyfikowana	Błąd identyfikacji
0	5,000	905,00000	0,000	5,000
1	8,000	905,00000	2,396	5,604
2	33,000	908,71273	32,375	0,625
3	17,000	920,00000	18,391	1,391
4	4,000	920,00000	4,345	0,345
5	11,000	920,00000	16,613	5,613
6	4,000	920,00000	3,815	0,185
7	17,000	920,00000	9,061	7,939
8	42,000	920,00000	38,685	3,315
9	24,000	928,43333	24,459	0,459
10	13,000	920,00000	12,410	0,590
11	10,000	920,00000	23,905	13,905
12	13,000	920,00000	9,409	3,591
13	13,000	899,00000	16,168	3,168
14	52,000	847,64923	49,054	2,946
				<b>Σ=54,676</b>

Zidentyfikowana krzywa popytu dla Towaru2 wygląda następująco:

$$\hat{y}_t = \frac{7067 + 886t + 8249 \cdot \sin(1,04t + 5,34) + 9239 \cdot \sin(2,11t + 3,33)}{P^{0,98}}$$



Rysunek 5. Sprzedaż rzeczywista Towaru2 oraz zidentyfikowana przy pomocy AG

Tabela 8. Prognoza sprzedaży Towaru2 na następne miesiące

Miesiące	Sprzedaż rzeczywista	Cena	Prognoza sprzedaży	Błąd prognozy
15	78,000	856,91769	33,171	44,829
16	9,000	862,66667	21,850	12,850

Jak wynika z przeprowadzonych przez autora doświadczeń, identyfikacja parametrów funkcji popytu z wykorzystaniem AG nie udaje się w przypadku, gdy sprzedaż podlega dużym wahnięciom w nieregularnych odstępach czasu, co może wynikać np. z jednorazowych dużych zamówień od strategicznego odbiorcy. W takich przypadkach AG jest w stanie zidentyfikować jedynie ogólny trend.

### Podsumowanie

Z przytoczonych przykładów widać, że algorytm genetyczny może być uznany za skuteczne narzędzie przy identyfikacji parametrów funkcji popytu dla sprzedaży, mającej charakter okresowy. Jednak metoda nie powinna być stosowana bezkrytycznie i analityk powinien na podstawie uzyskanego błędu identyfikacji oraz oceny wizualnej wykresu stwierdzić, czy identyfikacja została przeprowadzona poprawnie oraz czy na jej podstawie można prognozować sprzedaż. Jak pokazano na przykładzie Towaru2 nawet w przypadku poprawnie przeprowadzonej identyfikacji funkcji popytu, prognoza sprzedaży może być

obarczona dużym błędem w przypadku nieregularnych, gwałtownych zmian wielkości sprzedaży.

Identyfikacja parametrów funkcji sprzedaży, przy pomocy algorytmu genetycznego, daje większe możliwości prognozowania popytu, aniżeli znane metody prognozowania w przypadku sezonowości (np. analiza harmoniczna, adaptacyjny model Wintersa (Sariusz-Wolski, 1997)). W artykule przeanalizowano przypadek, gdy funkcja popytu jest okresowa (uwzględniono również podwójną okresowość) oraz podlega trendowi liniowemu. Istnieje jednak możliwość dowolnego kształtowania postaci funkcji sprzedaży, np. uwzględnienia dodatkowych parametrów mających wpływ na popyt.

Jak wspomniano, nie dla każdego danych, uzyskane wyniki będą satysfakcjonujące. Jeśli uzyskane wyniki są niezadowalające, to głównymi przyczynami mogą być: zła postać funkcji popytu lub nieprawidłowa metoda identyfikacji parametrów. Dodatkowo należy wziąć pod uwagę, że znaleziony zbiór parametrów określający krzywą popytu może nie być optymalnym (taka sytuacja będzie miała miejsce gdy AG znajdzie jedynie minimum lokalne), jednak przybliży krzywą popytu w sposób, który może być przez analityka uznany za wystarczający.

## Literatura

1. Chodak G., Kwaśnicki W., 2000, „*Genetic Algorithms in seasonal demand forecasting*”, Information Systems Architecture and Technology'2000, Wrocław University of Technology, str. 91-98.
2. Danuta Rutkowska, Maciej Piliński, Leszek Rutkowski, „*Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*”, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997
3. Goldberg D. E., „*Algorytmy genetyczne i ich zastosowania*”, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998
4. Holland H. John „*Algorytmy genetyczne*”, Świat Nauki, 9/92
5. Kwaśnicka H. „*Obliczenia ewolucyjne w sztucznej inteligencji*”, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999
6. Sariusz-Wolski Z., 1997, „*Ilościowe metody zarządzania logistycznego w przedsiębiorstwie*”, Warszawa: Toruńska Szkoła Zarządzania.